Contrôle n°2 (1h45mn)

<u>Exercice 1</u> (5 pts.)

En utilisant le développement limité, calculer

$$\lim_{x\to 0}\frac{shx-2sh2x+sh3x}{\ln(1+x+2x^2)+\sqrt{1-2x}-1-x^2}$$

<u>Exercice 2</u> (7 pts.)

On considère la fonction :

$$f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x^3-3x+2}}$$

1. Déterminer le domaine de définition de f puis calculer les limites $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$.
   (Indication : $x^3-3x+2=(x-1)^2(x+2)$).
2. Calculer le développement limité à l'ordre 3 de $e^{\frac{1}{x^3-3x+2}}$ quand x tend vers $+\infty$.
3. En déduire que le graphe de f admet une asymptote quand x tend vers $+\infty$.
   Préciser la position du graphe par rapport à cette asymptote.

<u>Exercice 3</u> (8 pts.)

On définit la suite numérique $I_n=\int_1^e(\ln t)^n\,dt$; $n\in\mathbb{N}^*$.

1. Monter que I_n existe pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, puis vérifier les inégalités $I_n\geq I_{n+1}\geq 0$.
   En déduire l'existence de $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.
2. Etablir la relation $I_{n+1}=e-(n+1)I_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$.
3. En déduire que pour $n\to+\infty$ on a $I_n\sim\frac{e}{n+1}$.