Devoir numéros 1

ANALYSE 1 Mardi 10 janvier 2017

Remarques générales :

- *Verriez que le sujet comporte 3 pages numérotées de 1 à 3.*
- *Vous êtes invité à apporter une attention particulière à la présentation et à la rédaction; les copies peu lisibles ou mal présentées seront sanctionnées.*
- *Si vous repérez ce qui semble être une erreur d'énoncé, vous le signalerez sur votre copie et poursuivrez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous avez été amené à prendre.*

****

L'utilisation d'un téléphone portable, d'un ordinateur ou d'une calculatrice est interdite.

....

Exercice 1

1. Démontrer que pour tout couple (a,b) de nombres réels positifs nous avons les inégalités :

$$\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{2(a+b)}$$

2. étudier le cas d'égalité dans chaque inégalité.
3. Que peut-on dire de l'ensemble :

$$A = \left\{ \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a+b}} \; ; (a,b) \in (IR_+^*)^2 \right\}$$

Exercice 2

1. On pose $f(x) = exp(2x)$, $g(x) = \frac{1}{1+x}$
   Calculer pour tout entier naturel k, la dérivée d'ordre k des fonctions g et f sur leurs ensembles de définition respectifs.
2. On pose $h(x) = f(x)g(x)$
   En utilisant la formule de Leibniz, concernant la dérivée $n^{ème}$ d'un produit de fonctions, déterminer, pour tout entier naturel n et pour $x \in IR \setminus \{-1\}$, la valeur de $f^{(n)}(x)$. h(x).
3. Démontrer, dans le cas général, la formule de Leibniz, utilisée dans la question précédente.

page 2 et 3 ne sont pas disponibles

Pr B.OUARTASSI