Rattrapage
Lundi 10 avril 2017
Analyse I

Remarques générales :
- ***Verriez que le sujet comporte 2 pages numérotées de 1 à 2.***
- ***Vous êtes invité à apporter une attention particulière à la présentation et à la rédaction; les copies peu lisibles ou mal présentées seront sanctionnées.***
- ***Si vous repérez ce qui semble être une erreur d'énoncé, vous le signalerez sur votre copie et poursuivrez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous avez été amené à prendre.***

****

L'utilisation d'un téléphone portable, d'un ordinateur, d'une tablette, d'une calculatrice ou tout appareil électronique est interdite.
Echange du matériels (stylo, Blanco ....etc) est strictement interdit
Bavardage est strictement interdit.
Si vous ne respectez pas ces règles vous serez sanctionnés.

****

Exercice 1 :

Déterminer les d.l en $+\infty$ à l'ordre 3 des expressions suivantes :
(i) $\frac{\sqrt{x^4-10x^3+9x^2}}{x^2}$ $\quad (ii)$ $x-\sqrt{1+x^2}$, $\quad (iii)$ $\ln\left(\frac{1+x^2}{(1+x)^2}\right)$, $\quad (iv)$ $\exp\left(1+\sin\frac{1}{x}\right)$.

Exercice 2 :

Calculer les intégrales suivantes

$$I_1=\int_0^{\pi}\frac{dx}{2+\cos(x)}; \qquad I_2=\int_0^{\pi/2}\frac{\sin^3(x)\cos(x)}{1+\cos^2(x)}dx,$$

Calculer la limite, lorsque n tend vers l'infini des suites (définies pour n appartenant à IN*)

$$r_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{n+k}{n^2+k^2}$$

$$s_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{k^2}{n^2\sqrt{n^2+k^2}}$$

Exercice 3 :

On rappelle que $\sqrt{2}$ est irrationnel (c'est-à-dire que $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$).

1. Montrer que $\alpha = 6 + 4\sqrt{2}$ et $\beta = 6 - 4\sqrt{2}$ sont irrationnels.
2. Calculer $\sqrt{\alpha\beta}$.
3. Montrer que $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ est rationnel.

Exercice 4 :

On veut déterminer les réels x tels que

$$\arctan(x-1) = \arctan\frac{1}{x} + \arctan\frac{19}{8}$$

1. Soit $f(x) = \arctan(x-1) - \arctan\frac{1}{x}$.

Etudier rapidement la fonction f.

en déduire que l'équation admet une unique solution plus grande que 1.

2. Résoudre l'équation.