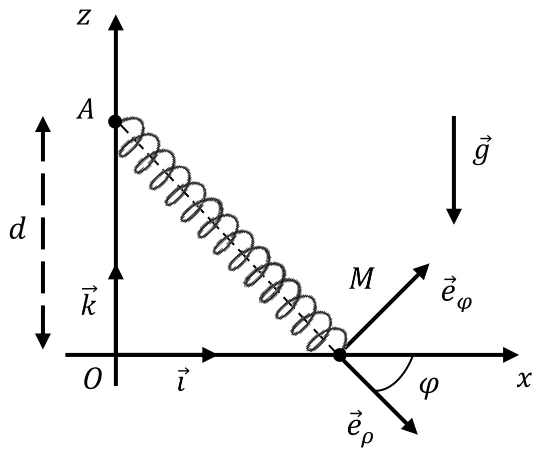
Rattrapage (1h30mn)

Problème

Un point matériel M de masse m est attaché à l'extrémité d'un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide I_0, dont l'autre extrémité est fixé en un point A situé sur un axe vertical ascendant (oz). La distance entre le point A et le point O est $OA = d$. Le point M est assujetii à se déplacer suivant l'axe horizontal (ox), il coulisse sur cet axe sans frottement ; il est repéré par son abscisse x sur cet axe.



Partie A : *Etude cinématique*

1. Déterminer le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en fonction de x puis en fonction de la distance d et l'angle φ supposé quelconque ;
2. Exprimer le vecteur vitesse absolue $\vec{V}$ par calcule direct dans la base $(\vec{\imath},\vec{k})$ puis dans la base $(\vec{e}_\rho,\vec{e}_\varphi)$;
3. Déduire l'expression du vecteur accélération absolue $\vec{a}$ dans la base $(\vec{\imath},\vec{k})$ puis dans la base $(\vec{e}_\rho,\vec{e}_\varphi)$.

Partie B : *Etude dynamique*

1. Quelles sont les forces exercées sur le point matériel M et donner leurs expressions vectorielles ;
2. Appliquer le principe fondamental de la dynamique (PFD) ;
3. Par projection du principe fondamental de la dynamique (PFD), trouver l'équation différentielle du mouvement du point matériel M et donner les expressions des composantes de la réaction $\vec{R}$ de l'axe (ox) sur le point matériel ;

Partie C : *Etude énergétique*

1. Exprimer l'énergie potentielle totale du système E_p en fonction de x et des données du problème ;
2. Représenter le graphe de la fonction $E_p(x)$. On distinguera les cas $d > I_0$ et $d < I_0$;
3. En déduire l'existence et la nature des positions d'équilibre du point matériel M.