

Exercice 1

On considère les formes différentielles suivantes :

$$w_1 = \frac{2xy}{x^2 - 1} dx + \log(x^2 - 1) dy$$

$$w_2 = (\cos(x) + 3x^2y)dx + (x^3 - y^2)dy$$

Sous quelles conditions ces formes différentielles sont des différentielles totales exactes ? Calculer alors les fonctions correspondantes.

Exercice 2

Calculer le champ électrique créé en un point par une ligne infinie portant une densité λ constante :

1. Par le calcul direct.
2. En utilisant le théorème de Gauss.

Exercice 3

Deux sphères S et S' de rayon R et R' portent des charges respectives Q et Q' , sont reliées par un fil conducteur dont on négligera la charge. En supposant que les sphères sont suffisamment éloignées pour que les charges des deux sphères restent uniformes.

Etablir une relation entre le champ au voisinage de chaque sphère et le rayon de celle-ci. Examiner le cas particulier où S représente la sphère terrestre. (Rayon de la terre = 6400km)

Exercice 4

Une sphère de centre O a un rayon R . Une deuxième sphère S' creuse est concentrique à S . Cette deuxième sphère a une épaisseur négligeable, son rayon R' est supérieur à R .

1. S et S' sont portées au même potentiel V_2 . Evaluer la répartition des charges.
2. S' est maintenue au potentiel V_2 , S est portée à un potentiel V_1 . Evaluer les charges portées par S et S' .
3. Calculer le champ E en un point M situé à la distance r du centre (r varie de 0 à l'infinie).

$$\text{A.N: } R = 0.2\text{m} \quad R' = 0.3\text{m} \quad V_1 = 15.10^4\text{V} \quad V_2 = 9.10^4\text{V}$$

Exercice 5

Soit un champ uniforme E_0 créant un potentiel V_0 en un point O . On place un dipôle de moment dipolaire parallèle et de même sens que E_0 .

1. Calculer le potentiel créé en un point M à grande distance
2. En déduire qu'il existe une équipotentielle sphérique dont on déterminera le rayon r .
3. Calculer les composantes du champ en M . en déduire l'angle entre le champ créé en un point M et le moment dipolaire.