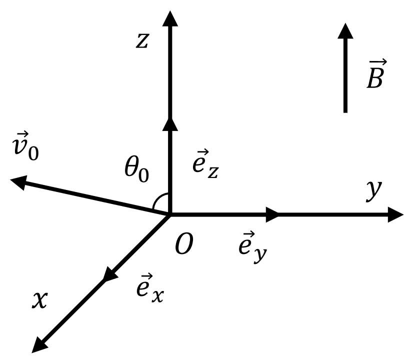
Contrôle

**Exercice 1**




On étudie le mouvement d'une particule chargée de charge $q > 0$, de masse $m$ dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et stationnaire.
On se place dans un référentiel d'étude galiléen, rapporté à un repère orthonormé $Oxyz$.
Le champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e}_z$ est dirigé suivant l'axe $Oz$ (on considèrera $B > 0$).
**On considère uniquement l'effet de la force magnétique et on négligera l'effet de la pesanteur.**
On pose : $\omega_0 = \frac{q.B}{m}$.

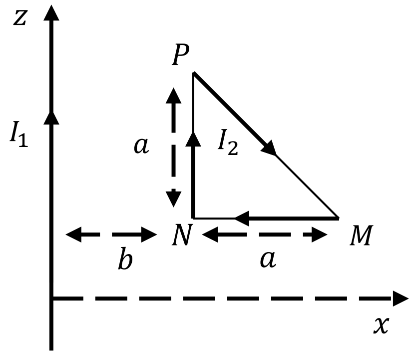
On se place dans un premier temps dans le cas ou à l'instant initial ($t = 0$) la particule est à l'origine $O$ du repère et la vitesse initiale de la particule est dirigée suivant l'axe $x$.
($\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_x$ ; $v_0 > 0$).

1. En prenant en compte les conditions initiales, montrer que la trajectoire de la particule est plane et contenue dans le plan $Oxy$.
2. Montrer que le module de la vitesse de la particule est constant.
3. On se place maintenant dans le cas où la vitesse initiale $\vec{v}_0$ fait un angle $\theta_0$ avec l'axe $Oz$ et l'on choisit les deux axes $Ox$ et $Oy$ de telle façon que le vecteur $\vec{v}_0$ soit contenu dans le plan $xOz$. ($\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{e}_x + v_{0z}\vec{e}_z$ ; avec $v_{0x} > 0$ et $v_{0z} > 0$)
   3.1. Déterminer les équations différentielles qui régissent les coordonnées $x, y$ et $z$ de la particule et leurs dérivées par rapport au temps.
   3.2. Par intégration des trois équations différentielles en $x$, $y$ et $z$, établir les équations horaires $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ (On détaillera le calcul pour chaque équation différentielle et notamment la prise en compte des conditions initiales).

La trajectoire de la particule est un hélice : déterminer (en fonction de $\theta_0, \omega_0$ et $v_0$) son pas, le rayon du cylindre qui porte cette hélice ainsi que les coordonnées du point d'intersection de l'axe du cylindre qui porte l'hélice avec le plan $Oxy$.

Tracer l'hélice dans le cas où la charge $q$ de la particule est positive, puis dans le cas où elle est négative.

**Exercice 2** *Théorème d'Ampère et Force de Laplace*



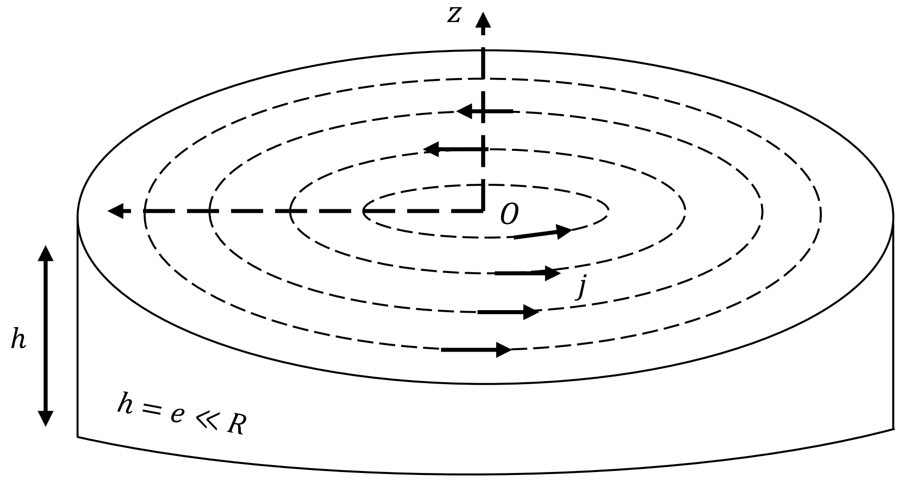

Une spire triangulaire $MNP$, de dimensions comme indiqué ci-dessous sur la figure est placée dans le champ magnétique créé par un fil infini, parcouru par le courant $I_1$.
La spire est parcourue par le courant d'intensité $I_2$ (sens voir figure).
La spire est placée à la distance $b$ du fil infini.

1. Rappeler le théorème d'Ampère.
2. En utilisant le théorème d'Ampère, calculer l'expression du champ $\vec{B}_1$ (du fil infini) en tout point de l'espace.

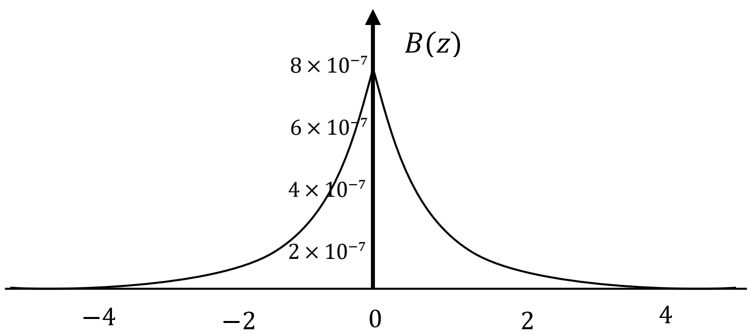
3. En utilisant la loi de Laplace, donner l'expression de la force résultante $\sum \vec{F}$ sur la spire $MNP$ en fonction de $I_1, I_2, \mu_0, a$ et $b$. (A.N : $I_1 = I_2 = 2A$ , $b = 2a$)

**Exercice 3** *Nappe de courant cylindrique (plaque chauffante)*

Un cylindre conducteur de rayon $R$ et de hauteur $h$ est le support d'un distribution de courant (plaque chauffante), caractérisée par la densité de courant $\vec{j} = j_0 . r\vec{e}_\varphi$.
$r$ : représente la distance à l'axe du cylindre.
On se place dans le cas où $R \gg h = e$, et on considère la distribution comme une nappe de courant cylindrique de densité $\vec{j}_S$.




1. Etudier la symétrie et les invariances de la distribution.
2. Rappeler l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M)$, en un point de l'axe $Oz$ d'une spire circulaire de rayon $r$ (parcourue par le courant $I$) en fonction de $r$ et $z$.
3. Exprimer en le justifiant la densité de courant $j_S$ en fonction de $j$ et $e$ (utiliser un schéma).
4. En utilisant la notion d'une distribution continue de spires circulaires convenables, déterminer l'expression $\vec{B}$ en un point $M$ de l'axe $Oz$.
   Exprimer en le justifiant l'expression de $B$ en fonction de $j_0, R, h, z$ et les constantes nécessaires.
   A.N : $R = 200\ cm, h = 1\ cm, j_0 = 200\ A/m, \mu_0 . \varepsilon_0 . c^2 = 1,\ c = 3.10^8\ m.s^{-1}$.
   Calculer $B(z = R)$.
5. La représentation graphique de $B = f(z)$ est caractérisée par la courbe :




En utilisant le résultat de la question 4 interpréter l'allure de la courbe. Que peut-on dire de la continuité du champ en $z = 0$ ? Justifier ce résultat surprenant.