

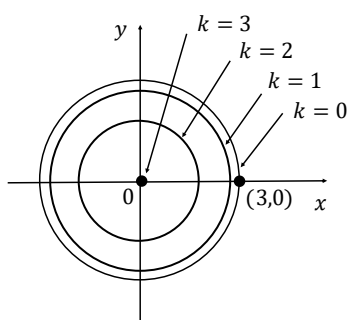
Partie 1

Question 1 (4 pts.)

Répondre par VRAI ou FAUX puis justifier la réponse

1. La fonction $f(x,y) = \frac{x^2+y^2}{|x|+|y|}$ n'admet pas de limite en $(0,0)$.
2. Si $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j}$ alors la dérivée d'une fonction $f(x,y)$ dans la direction \vec{v} en un point P est donnée par $\nabla f(P) \cdot \vec{v}$
3. Les courbes de niveau de la fonction $f(x,y) = \sqrt{3-x^2-y^2}$ sont de la forme:

Commented [HY1]:



Question 2 (3 pts.)

Soit la fonction $f(x,y) = (x^2 + y^2)^x$ définie sur \mathbb{R}^2

1. Calculer la limite de f en $(0,0)$.
2. Etudier la continuité des dérivées partielles premières de f en $(0,0)$.

Question 3 (3 pts.)

Une boîte rectangulaire devrait être effectuée à partir de $12m^2$ de carton.

Trouver le volume maximum d'une telle boîte.

Partie 2

Question 4 (4 pts.)

Soient la fonction $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$ définie sur le domaine

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / |x| \leq \frac{\pi}{2}, |y| \leq \frac{\pi}{2} \right\}$$

1. Donner une fonction linéaire $L(x, y)$ et une fonction quadratique $Q(x, y)$ qui approximent f au point $P = (0, 0)$.
2. Donner les erreurs d'approximation de f par L et Q en P sur le domaine D .

Question 5 (6 pts.)

Soit la fonction $f(x, y) = y^2 - x^2$

1. En prenant comme point initial $P_0 = (1, 2)$, effectuer une itération de la méthode du gradient dans le but de construire un point P_1 proche d'un minimum local de f
2. Est-ce que le point trouvé en (1) est critique ?
3. On munit f de la contrainte $D: x^2 + y^2 \leq 1$
 - a. Trouver par la méthode des multiplicateurs de Lagrange les valeurs minimale et maximale de f sur D .
 - b. Lequel parmi ces extremums est global sur \mathbb{R}^2 ?