Rattrapage

Partie 1

<u>Question 1</u> (4 pts.)

Répondre par VRAI ou FAUX puis justifier la réponse.

1. La fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ x $\mathbb{R}$ par $f(x,y) = x^y$ n'admet pas de limite en $(0,0)$.
2. La fonction $f(x,y) = y^2 - x^2$ admet un unique extrémum global en $(0,0)$.
3. Deux particules se déplaçant le long des courbes spatiales $\overrightarrow{r_1}(t) = (t, t^2, t^3)$ et $\overrightarrow{r_2}(t) = (\sin(t), \sin(2t), t)$ n'entrent jamais en collision à l'origine.

<u>Question 2</u> (6 pts.)

Etude de la courbe C paramétrée par $\begin{cases} x(t) = 2\cos t + \cos 2t \\ y(t) = 2\sin t + \sin 2t \end{cases}$

1. Réduire le domaine d'étude de C.
2. Déterminer les points à tangentes verticales, horizontales et les points stationnaires.
3. Est-ce-que la courbe possède des asymptotes, des branches infinies ? Si oui préciser leurs équations, la position relative de la courbe par rapport à ces asymptotes.
4. Déterminer l'intersection de la courbe et les axes (ox) et (oy).
5. Construire le tableau des variations.
6. Tracer la courbe C en précisant les données des questions précédentes.

Partie 2

<u>Question 3</u> (3 pts.)

En utilisant les outils de l'optimisation sans contraintes, trouver la distance la plus courte le point $(1,0,-2)$ et le plan $x + 2y + z = 4$.

<u>Question 4</u> (3,5 pts.)

Résoudre sur tout intervalle ouvert de $\mathbb{R}$ l'équation différentielle suivante

$$(e^x - 1)y' - e^x y = 1.$$

<u>Question 5</u> (3,5 pts.)

Trouver les valeur extrêmes de la fonction

$$f(x,y,z) = \sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2}$$

sur la boule $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$.