

## Analyse 2

Durée : 2 heures  
 Examen du Mercredi 06 Juin 2018

Aucun document (ni calculatrice, ni téléphone, etc.) n'est autorisé. On accordera un soin particulier à la rédaction.

### Exercice 1. (5 pts)

Résoudre les équations différentielles suivantes sur  $\mathbb{R}$  :

$$(0.1) \quad xy' - y = \frac{2x+1}{x^2+1}.$$

$$(0.2) \quad xy' + (1-x)y = e^{2x}.$$

### Exercice 2. (5 pts)

(0.1) Soit  $k \in \mathbb{R}$ . Résoudre l'équation différentielle sur  $\mathbb{R}^{**}$  :  $xy'' + 2y' + kxy = 0$  à l'aide du changement de fonction inconnue  $z : x \rightarrow xy(x)$ .

(0.2) Résolvez l'équation différentielle sur  $\mathbb{R}$  :  $y'' - 2y' + 5y = xe^x \cos(2x) + 2x^2 - 3$ .

### Exercice 3. (5 pts)

Calculez par la méthode des multiplicateurs de Lagrange les valeurs extrêmes de la fonction  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x, y, z) = (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2$  sous la contrainte  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ .

### Exercice 4. (5 pts)

On considère la courbe paramétrée  $\mathcal{C}$  définie par

$$\begin{cases} x(t) = \frac{t}{t^2-1} \\ y(t) = \frac{t^2}{t-1} \end{cases}$$

(0.1) Étudier les limites aux bornes du domaine d'étude et les branches infinies de la courbe  $\mathcal{C}$ .

(0.2) Dresser un tableau de variations.

(0.3) Chercher les points doubles.

(0.4) Représenter graphiquement la courbe  $\mathcal{C}$ .

FIN DE L'ÉPREUVE