Contrôle

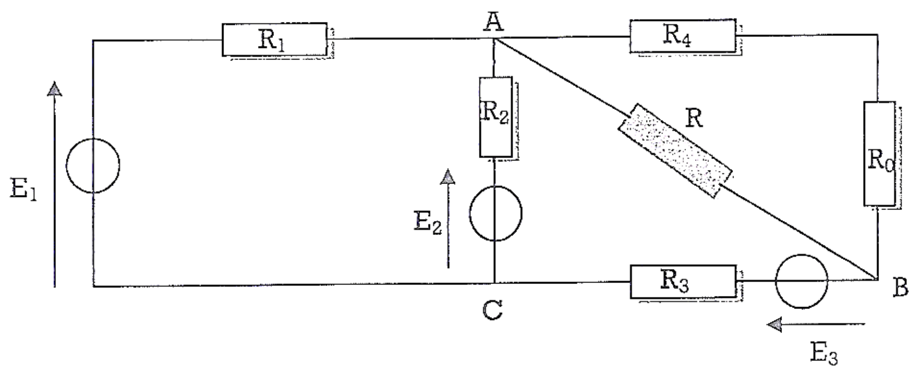
On donne : $e = 1{,}6.\,10^{-19}C$; $M_{Cu} = 63.5\ g.mol^{-1}$,$\rho_{eau} = 1g/cm^3$ et $Na = 6{,}02.\,10^{23}SI$

Exercice 1 (7 pts.)

Aborder la résolution de circuits linéaires à l'aide des lois de Kirchhoff seulement (loi des nœuds et des mailles) est en théorie suffisante, mais en pratique souvent complexe, dès que le circuit dépasse les 3 ou 4 mailles ; le nombre d'inconnues (et d'équation !) se multiplie alors, l'objectif de ce problème est de proposer d'autres méthodes de résolution des circuits électriques utilisant les nouveaux théorèmes vus en cours et TD (qui sont souvent des conséquences des lois de Kirchhoff).

Rappel : in circuit linéaire est un circuit ne comportant que des composants (ou dipôles) linéaires. Un composant est linéaire si la relation entre la tension $u(t)$ et le courant $i(t)$ est une relation affine ou une équation différentielle à coefficients constants.

Etant donné le circuit linéaire suivant :



1. Rappeler brièvement en utilisant un schéma clair, la méthode du théorème de Thévenin.
2. Utiliser la méthode du théorème de Thévenin et déterminer l'intensité du courant I_0 dans le dipôle électrocinétique de résistance R_0.
3. Retrouver le même résultat en utilisant le théorème de superposition.
4. Traduire dans le cas général, le théorème à l'aide de Millman d'un schéma simple en termes de potentiel. Montrer en le justifiant que ce théorème traduit une des lois très importante en électrocinétique. Expliquer.
5. Utiliser la méthode du théorème de Millman et retrouver l'expression de l'intensité I_0 en considérant $\{R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_0 = R\ et\ E_1 = E_2 = E_3 = E\}$ et comme masse virtuelle du circuit au point C. Comparer les 3 méthodes et conclure.

Exercice 2 (7 pts.)

On étudier le principe d'un montage permettant de coder un entier écrit en base 2 (contenant que des 0 et des 1) en une tension.

1. On considère le montage de la figure 1 ci-dessous composé, d'une source idéale de courant électromoteur η, et de résistors identiques, de résistance notée $2R$. Etablir l'expression de la tension U aux bornes des résistors.
2. Déterminer la résistance équivalente entre les nœuds M et N du réseau de la figure 2 ci-contre.

Contrôle

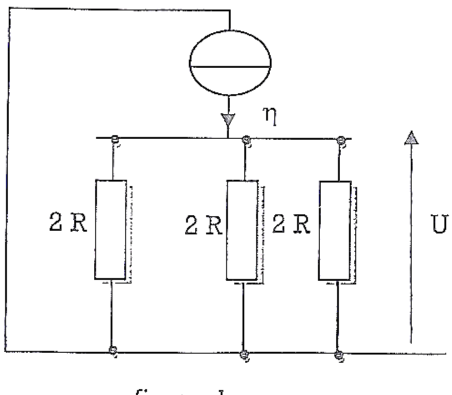


figure.1

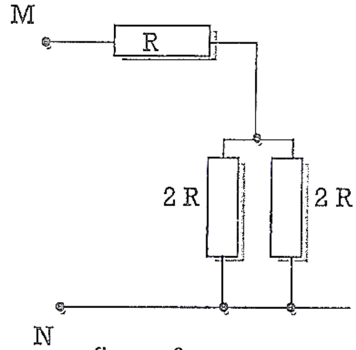


figure.2

3. Soit maintenant, le réseau de résistors représenté sur la figure 3 ci-dessous, formé par association de n cellules élémentaires comme celle représentée sur la figure 4, fermée (à droite) par deux résistors de résistance R. Pour tout $j = 1..n$, on désigne par U_j la différence de potentiel entre les nœuds A_j et B_j et par R_j la résistance équivalente à l'association des $j-1$ premières cellules et des deux résistors de fermeture, entre les mêmes nœuds.

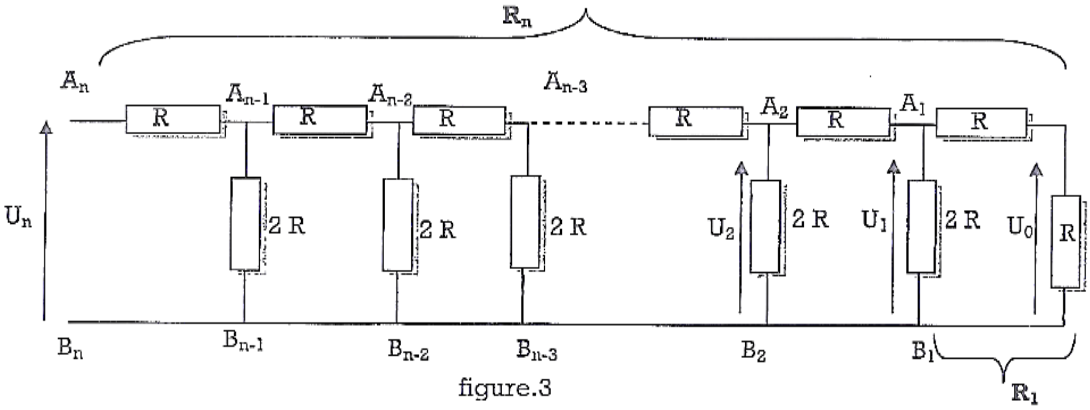


figure.3

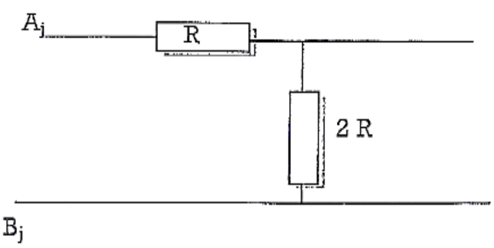
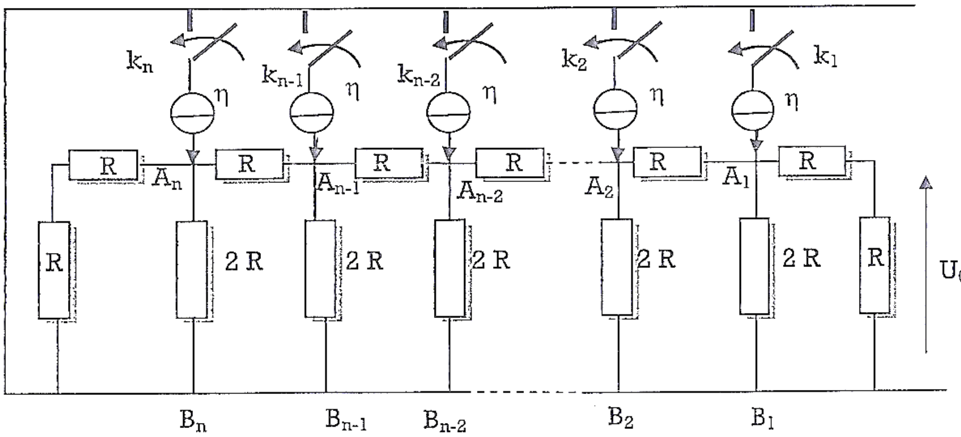


figure.4

1. Déterminer l'expression de R_{j+1} en fonction de R_j et R et celle de U_{j+1} en fonction de U_j, R_j et R.
2. En déduire les expression de U_n et R_n en fonction de U_0 et de R.
3. Le montage complet du convertisseur est représenté ci-dessous. Il se compose de n cellules identiques de résistores identiques à ceux étudiés précédemment, fermées à

gauche et à droite cette fois, par deix résistors de résistance R. Chacune est connectée à un générateur idéal de courant identique de courant électromoteur η.
Les autres bornes de ces générateurs peuvent être reliées entre elles par des interrupteurs, notés k_j avec $j = 1..n$.



a. Dans cette question, on considère que tous les interrupteurs sont ouverts sauf un, don on nomme l'indice jf. Etablir l'expression de la tension U_{jf} et en déduire celle de U_0.
b. Sachant qu'un entier Q s'écrit en base 2 comme une somme de différentes puissances de 2 : $Q = \sum_j p_j . 2^j$, ou les coefficients p_j valent 0 ou 1.

Soit Q une entier décrit en base 2 par un ensemble de coefficients $\{p_j\}$. Montrer brièvement qu'on peut, en fermant certains interrupteurs, obtenir une tension U_0 proportionnelle à Q. Préciser en particulier les interrupteurs à fermer pour coder l'entier $Q = 44$ si on dispose d'un montage à $n = 6$ cellules. Que vaut U_0 dans ce cas ? Justifier.

<u>Exercice 3</u> (6 pts.) *Modèle de Drude de la conduction électrique.*

Soit un matériau conducteur dans lequel les porteurs de charge mobile (électrons) sont uniformément répartis en volume. O note n_e le nombre de ces électrons par unité de volume. Les interactions entre les électrons sont négligeables et celles entre les électrons et le réseau cristallin sont modélisées par une force de type frottement visqueux subie par chaque électron de masse m, selon la relation vectorielle $\vec{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$ ou τ est une constante propre au matériau et $\vec{v}$ la vitesse d'un électron dans le référentiel lié au matériau conducteur. Un champ électrique $\vec{E}$ est appliqué dans le matériau. On néglige le poids de l'électron devant les autres forces.

1. Quelle est l'unité de la constante τ dans le système international ? Justifier.
2. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à un électron dans le référentiel lié au matériau, supposé Galiléen, montrer que la vitesse d'un électron en régime stationnaire tend vers une vitesse limité constante que l'on précisera en fonction de $\vec{E}, m, \tau$ et e(charge élémentaire positive).
3. En déduire l'expression du vecteur densité volumique de courant électrique $\vec{j}$ en fonction $\vec{E}, m, e, \tau$ et n_e. Donner alors l'expression de la conductivité électrique γ du matériau en fonction des paramètres précédents.

Contrôle

4. Dans le cas du cuivre, chaque atome libère un seul électron qui participera à la conduction électrique.
   La densité du cuivre par rapport à l'eau est $d = 8.9$.
   Donner l'expression littérale du nombre d'électrons de conduction par unité de volume n_e en fonction de M_{Cu}, d et Na. Effectuer l'application numérique.
   Comparer avec la densité électronique du silicium, semi-conducteur très répandu, qui est de l'ordre de $10^{19} cm^{-3}$ à température ambiante.