

Remarque : les grandeurs demandées doivent être exprimées dans les repères en question.

Sujet de l'examen : Etude mécanique d'un solide indéformable, portion d'un disque mince.

On considère un quart de disque mince, noté S , supposé homogène et indéformable de masse m et de rayon a .

Partie I

N.B : pour répondre aux questions de cette partie on utilisera la figure 1.

- Déterminer dans le repère cartésien $R_S(O, X, Y, Z)$, de base orthonormée directe $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, les coordonnées X_G , Y_G et Z_G du centre de masse G du solide considéré.
- Déterminer la matrice d'inertie $I(S/R_S)$ du quart de disque dans le repère R_S .

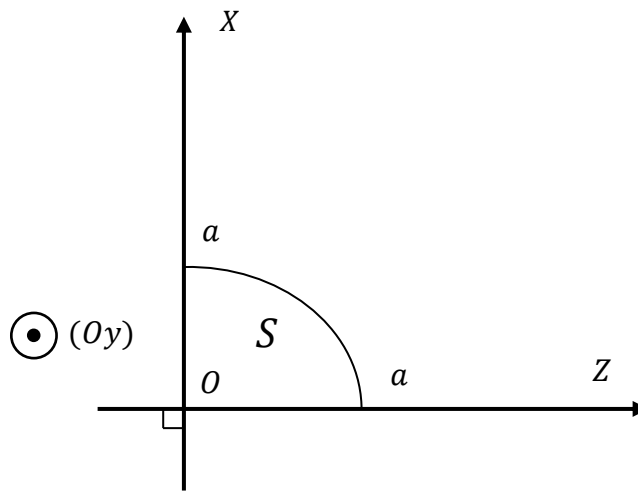


Figure 1

Partie II

N.B : pour répondre aux questions de cette partie on utilisera la figure 2.

On s'intéresse maintenant à l'étude du mouvement du solide précédent autour de l'axe horizontal fixe (Oy) comme le montre la figure 2. Le repère cartésien $R_0(O, x, y, z)$ est supposé galiléen de base orthonormée directe $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$. Le repère $R_S(O, X, Y, Z)$ étant lié au solide S . La liaison cylindrique au point O est supposée parfaite.

N.B : on exprimera toutes les grandeurs vectorielles dans la base orthonormée directe $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$.

- Déterminer le vecteur vitesse instantanée $\vec{V}(G/R_0)$ du centre de masse G par rapport au repère R_0 .
- En rappelant la définition du moment cinétique du solide S en O par rapport au repère R_0 , montre qu'il peut s'écrire aussi sous la forme matricielle suivante :

$$\vec{\sigma}_0(S/R_0) \equiv I(S/R_S)\{\vec{\Omega}(S/R_0)\}_{R_S}$$

Donner alors l'expression vectorielle de ce moment cinétique.

3. Déterminer l'expression du moment dynamique $\vec{M}_d(o)$ du solide considéré.
4. Déterminer l'expression du moment des forces $\vec{M}_{ext}(o)$ extérieures appliquées au solide S .
5. Trouver alors l'équation différentielle du mouvement vérifiée par l'angle θ en utilisant le théorème du moment dynamique.
6. Que devient cette différentielle si on pose : $\beta(t) = \theta(t) + \frac{\pi}{4}$?

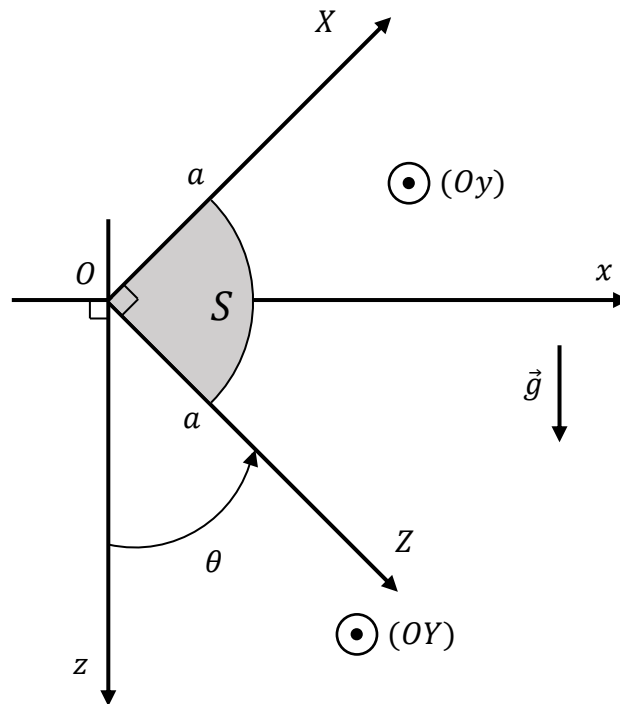


Figure 2