

Sujet de l'examen

On considère le système mécanique suivant :

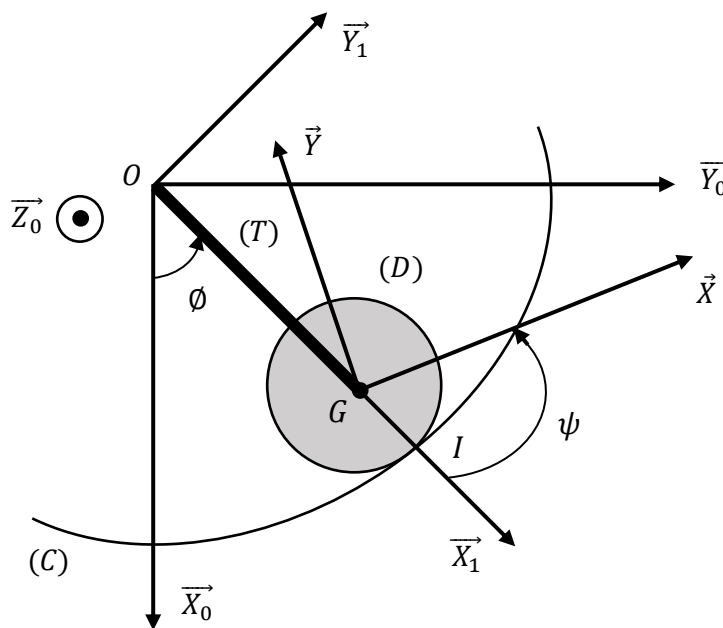
Un cerceau (C) de masse M et de longueur L dont l'une des extrémités est articulée en O et l'autre en G, $R_1(O, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_0)$ est le repère lié à (T), un disque homogène (D) de centre de masse G, de rayon $r = R - L$ et de masse m, $R(G, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}_0)$ est le repère lié à (D) (voir figure).

En mettant la tige (T) en rotation autour de O dans le sens trigonométrique, le disque (D) roule sur (C). Soit I le point de contact entre (D) et (C).

1. Déterminer le vecteur de rotation instantané de (D) par rapport à R_0 .
2. Quelle la condition de roulement sans glissement de (D) sur (C).
3. Quelle la base et la roulante du mouvement de (D) dans le repère R_0 .
4. Calculer l'énergie cinétique de la tige (T) et du disque (D) dans leurs mouvements par rapport à R_0 (Tenir compte de la condition de roulement sans glissement).
5. En déduire l'énergie cinétique de l'ensemble $\Sigma = tige(T) + disque(D)$ dans son mouvement dans R_0 .
6. En déduire la puissance développée par les actions extérieures appliquées au système Σ (Toutes les liaisons sont supposées parfaites).

Données

- Pour le disque, le moment d'inertie par rapport à son axe de révolution est $\frac{mr^2}{2}$.
- Le moment d'inertie par rapport à un axe passant par son diamètre est $\frac{mr^2}{4}$.
- Pour la tige (T) le moment d'inertie par rapport à un axe perpendiculaire à la tige et passant par l'une de ses extrémités est $\frac{ML^2}{3}$.



Figure