API 2/S3/ Module Mécanique 2 et DAO/ Pr K. SAADOUNI

ENSA KHOURIBGA

Contrôle de la mécanique II
Durée: 1h30

جامعة الحسن الأول
UNIVERSITÉ HASSAN 1er

Problème

Dans un repère orthonormé direct Galiléen $R_0(\vec{X}_{0,}\vec{Y}_{0,}\vec{Z}_{0,})$, l'axe $O\vec{Z}_0$ étant vertical ascendant et $\vec{g} = -g\vec{Z}_0$ représente l'accélération de la pesanteur, on considère un solide S homogène constitué de :

- Une tige AB homogène, de même masse m, de longueur 2l (tel que $4l^2 = a^2/4$) et de centre d'inertie G_1.
- Un disque homogène de masse m, de rayon a et de centre d'inertieG_2.

La tige est parallèle au plan $(O,\vec{X}_{0,}\vec{Y}_{0,})$, l'extrémité A est fixe sur l'axe $O\vec{Z}_0$ $(\overrightarrow{OA} = a\vec{Z}_0)$ alors que l'autre extrémité B est soudée au centre du disque $B \equiv G_2$suivant l'axe du disque. Ce dernier est en contact ponctuel sans frottement au point I avec le plan $(O,\vec{X}_{0,}\vec{Y}_{0,})$.

On notera par $R_1(O,\vec{X},\vec{Y},\vec{Z}_0)$, le repère déduit de R_0 par rotation d'angle $\psi = (\vec{X}_0,\vec{X})$ autour de $\vec{Z}_0$ et par $R(O,\vec{X},\vec{Y},\vec{Z})$ le repère déduit de R_1 par rotation autour de $\vec{X}$ d'angle $\theta = (\vec{Z}_0,\vec{Z})$

Les actions mécaniques exercées par le repère R_0 sur le solide au point A sont schématisées par le torseur :$\vec{\tau}_A$=$(\vec{R}_A,\vec{m}_A)$, de plus le solide est soumis à l'action d'un couple de moment $\vec{\Gamma} = -k\sin(\theta)\vec{x}$, k étant une constante.

Dans tout le problème, la base projection est $R_1(O,\vec{X},\vec{Y},\vec{Z}_0)$,

1° a) Calculer le vecteur instantané de rotation de l'ensemble (S) par rapport à la base R_0

b) Déterminer le centre d'inertie G du solide S, en déduira sa vitesse et son accélération par rapport à R_0

2° Calculer la matrice d'inertie du solide au point A, par rapport à la base $R_1(O,\vec{X},\vec{Y},\vec{Z}_0)$,

3° Calculer, les moments cinétiques et dynamique du solide par rapport à R_0 au point A.

4° Calculer l'énergie cinétique du solide S par rapport à R_0

5° On suppose la liaison entre le repère R_0 et le solide S parfaite. Que peut on dire alors des coordonnées vectorielles du torseur τ.

6° Donner les équations scalaires obtenues du théorème de résultante dynamique du solide par rapport à R_0

7° Appliquer le théorème du moment dynamique au solide par rapport à R_0 au point A. En déduire l'équation différentielle vérifiée par θ et la condition vérifiée par $\dot{\psi}$

8° Appliquer le théorème de l'énergie cinétique au solide par rapport au repère R_0. Déduire l'intégrale première de l'énergie. Retrouver cette intégrale à partir de l'équation différentielle vérifiée par θ

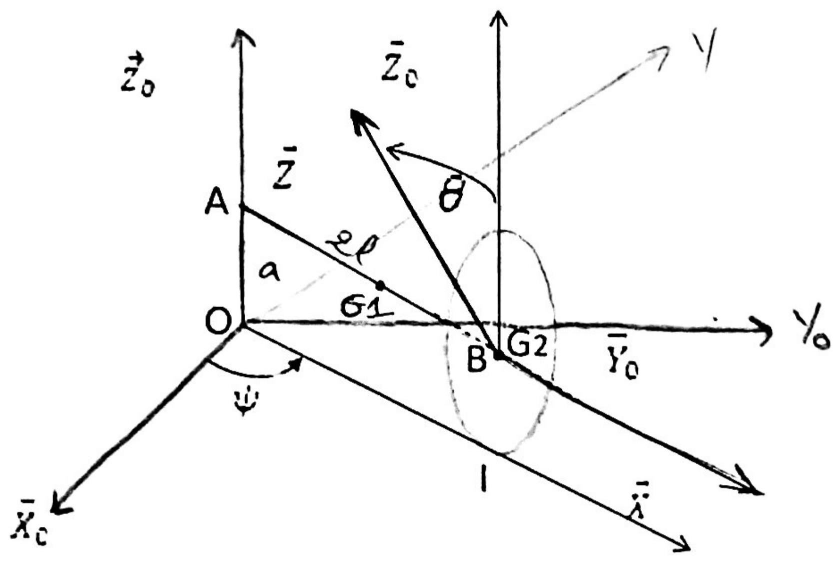

Figure du problème