API 2/S3/ Module Mécanique II /Année: 2017-2018

ENSA KHOURIBGA

جامعة الحسن الأول
UNIVERSITE HASSAN 1er

Mécanique des solides
Contrôle de rattrapage

Durée : 1h00

NB : On exprimera tout le calcul dans la base orthonormée directe $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{k})$,

Problème

On considère une tige linéique **T** supposée homogène et indéformable de longueur L et de masse m, qui glisse sous l'effet de son poids à la fois sur une tige-support verticale fixe et sur une tige-support horizontale en rotation uniforme autour de l'axe (OZ_0) comme le montre la figure 1. On admet que les frottements sont négligeables. Le repère $R_0(O, X_0, Y_0, Z_0)$ est considéré comme Galiléen. Soit R_1(O,x,y,z=Z_0) le repère intermédiaire, de base orthonormée directe $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{k})$, obtenu par la rotation de précession $\psi = \omega_0 t$ autour de l'axe (OZ_0) du repère R_0 et $R_G(G, x = X, Y, Z)$ le repère cartésien, de base orthonormée directe $(\vec{\imath} = \vec{u}, \vec{\jmath}, \vec{K})$ lié à la tige de centre de masse G comme le montre la figure 2

1° Donner l'expression du vecteur vitesse instantanée de rotation $\vec{\Omega}\ (T/R_0)$de la tige par rapport au repère R_0

2° Exprimer les vecteurs position $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ des extrémités de la tige A et B respectivement, en fonction de la longueur L et de l'angle θ, en déduire de l'expression du vecteur $\overrightarrow{OG}$. Quelle est alors la nature de la trajectoire du centre de masse G par rapport au repère R_1

3° Déterminer l'expression de la vitesse instantanée $\vec{V}_G/R_0$ du centre de masse G par rapport au repère R_0.

4° On donne la matrice d'inertie de la tige par rapport au repère R_G :

$$I(T/R_G) \equiv \frac{mL^2}{12}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}_{R_G}$$

En appliquant le deuxième théorème de ***Koenig***, trouver l'expression de l'énergie cinétique $E_C(T/R_0)$ par rapport au R_0 en fonction de $m, l, \omega_0, \theta\ et\ \dot{\theta}$

5° Calculer la puissance p_{ext} des forces extérieures appliquées à la tige au cours de son mouvement par rapport au repère R_0.

6° En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, donner l'équation du mouvement vérifiée par l'angle θ

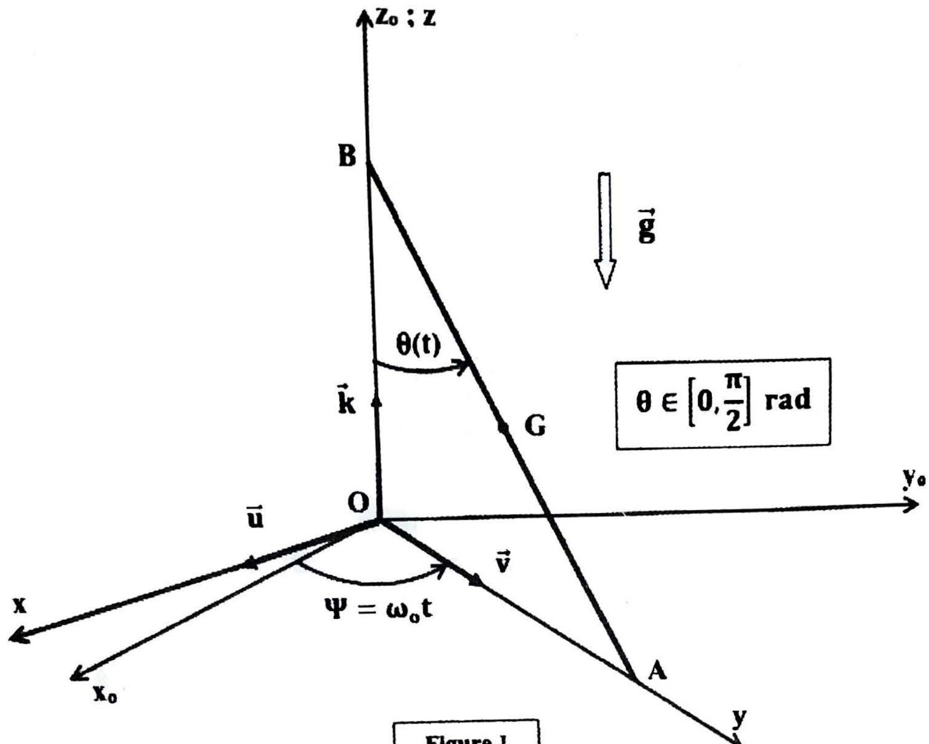

Figure 1

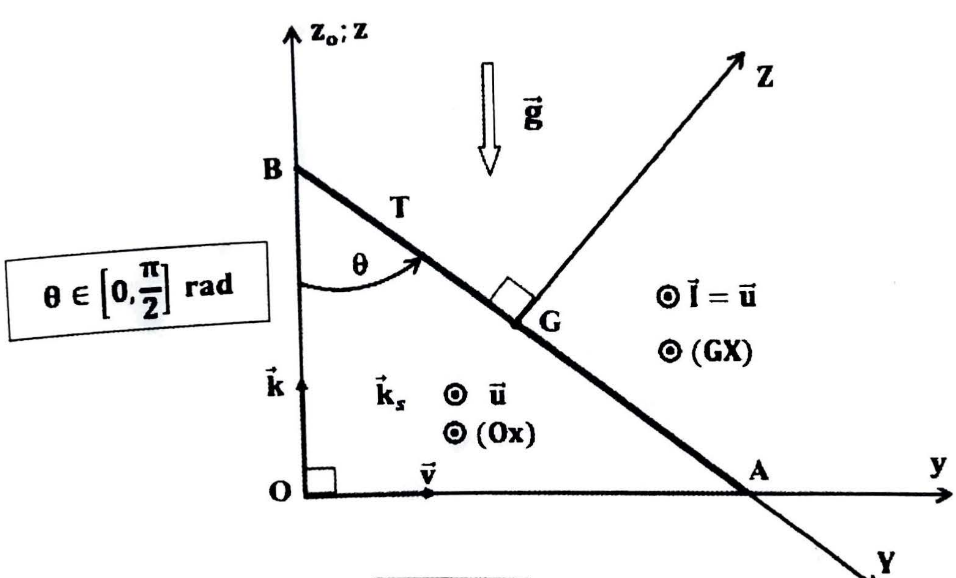

Figure 2