Contrôle n°1 (2h)

Question 1 (4 pts.)

Répondre par Vrai ou Faux puis justifier la réponse.

1. $\int_0^1 \int_0^x \sqrt{x+y^2}\, dydx = \int_0^x \int_0^1 \sqrt{x+y^2}\, dxdy.$
2. L'intégrale $\int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_r^2 dzdrd\theta$ représente le volume enfermé par le cône $z = \sqrt{x^2+y^2}$ et le plan $z = 2$.
3. Pour $f(x,y) = \ln(y)$,$\nabla f(x,y) = \frac{1}{y}$.
4. La quantité $\iint_R \; ye^x\, dA$, ou R est la région dans le premier quadrant enfermée par le cercle $x^2+y^2 = 25$, détermine le volume délimité par la fonction $f(x,y) = ye^x$ et le plan $z = 0$.

Question 2 (4 pts.)

Trouver le volume du solide enfermé par le paraboloïde $z = 2 + x^2 + (y-2)^2$ et les plans $z = 1$, $x = 1$, $x = -1$, $y = 0$ et $y = 4$.

Question 3 (4 pts.)

Evaluer la quantité suivante

$$\int_{1/\sqrt{2}}^{1} \int_{\sqrt{1-x^2}}^{x} xy\; dydx + \int_1^{\sqrt{2}} \int_0^x xy\; dydx + \int_{\sqrt{2}}^{2} \int_0^{\sqrt{4-x^2}} xy\; dydx$$

Question 4 (4 pts.)

Une plaque D sur le plan (Oxy) a la forme d'une réunion de deux régions, $D = D_1 \cup D_2$ où

$$D_1 = \{(x,y):\; (x-1)^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$$

$$D_2 = \{(x,y) : 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 0\}.$$

La densité au point (x,y) de D_1 est $\delta_1(x,y) = x^2$, celle de D_2 est $\delta_2(x,y) = c$ où c est une constante.

Déterminer la valeur de c pour laquelle le centre de masse (centre d'inertie) de D est sur l'axe (Ox).

Question 5 (4 pts.)

Soit S une plaque mince occupant une partie du plan $z = 3 - x + 2y$, située entre les cylindres $x^2 + y^2 = 4$ et $x^2 + y^2 = 9$. La densité de S en un point est égale à la distance de ce point au plan $z = 0$.

1. Déterminer l'aire de S.
2. Calculer la masse de cette plaque.