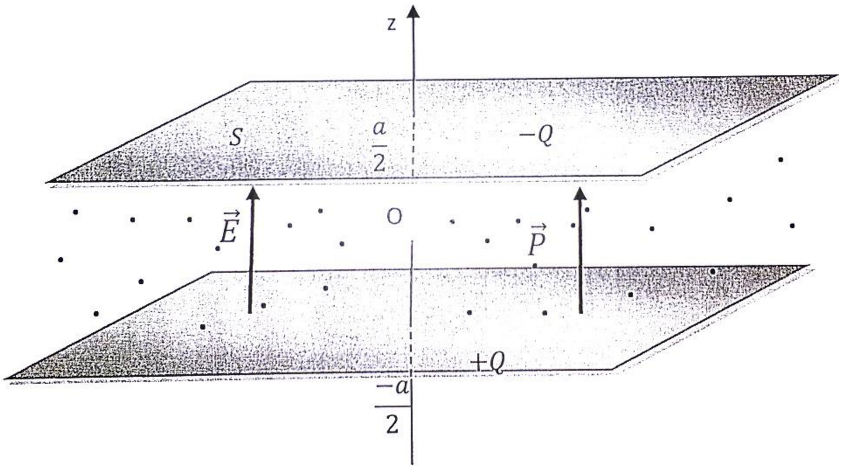
Rattrapage

**Exercice 1**

Soit un condensateur plan (d'air $S$ et d'épaisseur $a$), dont l'espace inter-armature est rempli d'un milieu diélectrique, la polarisation est comme le champ électrique, uniforme et normale aux armatures (voir figure ci-dessous).




Le condensateur est considéré comme un système fermé, et on néglige les effets de bord.

1. Déterminer en le justifiant les charges de polarisation volumique et surfaciques.
2. En déduire le champ électrique créé par ces charges de polarisation.
3. Déterminer le champ électrique total, lorsque les armatures portent les charges libres $+Q$ et $-Q$.
4. Calculer la capacité de ce condensateur et en déduire l'expression qui relie le champ $\vec{E}$ et le vecteur polarisation.
5. Sachant que la susceptibilité diélectrique du matériau est : $x_e = \varepsilon_r - 1$ que peut-on dire du comportement de ce matériau ? Justifier.

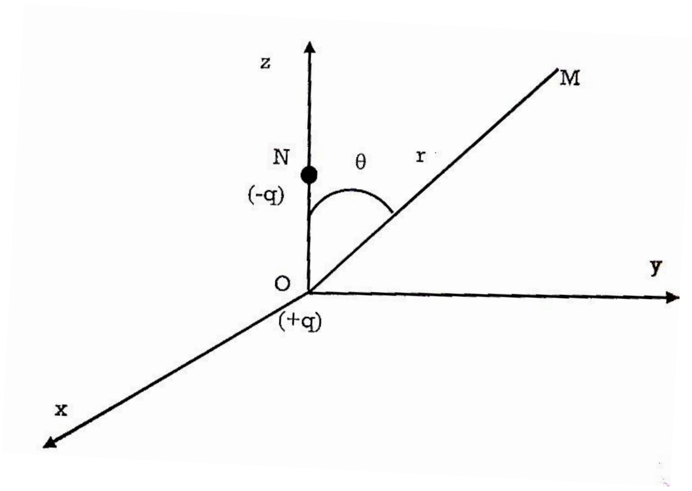
**Exercice 2**

Soit une distribution $D$ de charges et de courants, dont on note un point $P$ courant. En un point $M$ quelconque.

Le potentiel scalaire $V(M,t)$ vaut : $V(M,t) = \iiint \frac{\rho(P,t-\frac{PM}{c})}{4\pi.\varepsilon_0.PM}\, dV$, le potentiel vecteur $\vec{A}(M,t) = \iiint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{j}(P,t-\frac{PM}{c})}{PM}\, dV$, où $dV$ est le volume élémentaire centré sur $P$, $PM$ est la distance de $P$ à $M$, $c$ : est la vitesse de la lumière dans le vide, $\rho$ et $\vec{j}$ les densités volumiques de charges et de courants respectivement.

1. Quel nom donne-t-on à ces formules ? Justifier soigneusement.
2. On considère un dipôle électrique constitué d'une charge fixe $+q$ placée en $O$ et d'une charge $-q$ en un point $N$ mobile de coordonées dans le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ comme sur la figure ci-dessous.

Rattrapage




3. Définir alors le moment dipolaire $\vec{p}(t)$ ainsi constitué.
4. Dans la suite, on utilisera la notation complexe $\underline{\vec{p}}(t) = \rho_0 . e^{(j.\omega.t)} \vec{e}_z$ en déduire l'expression de $\rho_0$. On peut montrer, sous certaines hypothèses, que le potentiel vecteur créé au point $M$ par le dipôle, s'écrit :

$$\vec{A}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi} . \frac{1}{r} \frac{d\vec{p}(t-\frac{r}{c})}{dt} \text{ ;où } r = OM.$$

Donner alors $\vec{A}(M,t)$ en notation complexe. On posera $k = \frac{\omega}{c}$. Dans toute la suite on travaillera en notation complexe et on utilisera les coordonnées sphériques.

Lorsqu'elles simplifient les calculs.

5. En utilisant la jauge de Lorentz, exprimer $\underline{V}(M,t)$.
6. Expliquer comment on peut déduire les expressions des champ $\underline{\vec{E}}$ et $\underline{\vec{B}}$ des résultats précédents. Le calcul n'est pas demandé ; on admettra les résultats :

$$\underline{\vec{E}}(M,t) = \frac{1}{4\pi.\varepsilon_0} . \left[\left(\frac{2}{r^3} + \frac{2.j.\omega}{r^2.c}\right)\cos\theta \ \vec{e}_r + \left(\frac{1}{r^3} + \frac{j.\omega}{r^2.c} - \frac{\omega^2}{r.c^2}\right)\sin\theta \ \vec{e}_\theta\right] p_0 e^{j(\omega.t-kr)}$$

$$\underline{\vec{B}}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi} . \left(\frac{j.\omega}{r^2} - \frac{\omega^2}{r.c}\right)(\sin\theta) p_0 e^{j(\omega.t-kr)} \vec{e}_\varphi$$

Simplifier les expressions précédentes en se plaçant dans la zone de rayonnement. On définira clairement cette zone. Où se trouve cette zone dans les cas suivants :

- Ondes radio de fréquence $200kHz$ ? « $c = 3.10^8 m/s$ »
- Lumière visible ?
  Montrer que dans cette zone, le champ électromagnétique présente une structure particulière.

7. On se place désormais dans la zone de rayonnement. Déterminer, le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}(M,t)$ en notation réelle, puis sa valeur moyenne dans le temps. Le dipôle rayonne-t-il dans une direction particulière ? Calculer la puissance moyenne totale rayonnée par le dipôle en fonction de $p_0, \omega, \varepsilon_0$ et $c$.